SICE Symposium on Robust Control
April 5-6, 1994 Tokyo

ロバスト制御シンポジウム

資　料

期日：平成6年4月5日(火),6日(水)
会場：東京工業大学　百年記念館

SICE
covers
Sensing Instrument Control Engineering
Systems Information Computer Ergonomics

1994

企画：ロバスト制御研究委員会
主催：(社)計測自動制御学会
The Society of Instrument and Control Engineers

ロバスト制御シンポジウム
平成6年4月5-6日, 東京

非標準H∞制御器と非標準H_2制御器のパラメトリゼーション

千葉大学　美多　勉，　ANU　J. B. Matson,　B. D. O. Anderson

Chiba University Tsutomu Mita, Australian National University J.B.Matson, B.D.O. Anderson

Abstract DGKF developed a parametrization of all H∞ controllers for the standard problem.They also gave an alternative and simple way to derive H_2 contollers for the standard case. We here deal with parametrizations of H∞ as well as H_2 controllers for a sort of non-standard problem.

1．はじめに

昨今ロバスト制御の中でもH∞制御が精力的に研究され，また，各方面への応用も盛んである。また，H_2制御についてもＤＧＫＦはH∞制御と並行してより直接的な方法で解を示している。しかし，これらは何れも標準問題を対象としており，D_{12}が列フルランク，D_{21}が行フルランクの場合を扱っている。実際の制御問題やH_2/H∞混合制御問題ではこれらの仮定が成り立たないことがあり，これらの非標準問題では制御器のパラメトリゼーションが興味対象となる。しかし，従来の研究では非標準制御器の完全なパラメトリゼーションは明らかにされていない。そこで，以下　では

①操作量数が制御量数より多く，D_{12}が横長，かつ，フルランクの場合

② 観測量数が外乱数より多く，D_{21}が縦長，かつ，フルランクの場合

③　①，②両方が成り立つ場合

の3つの場合のH∞制御とH_2制御問題を扱い，その制御器のパラメトリゼーションを導く。結果はH∞/H_2制御等の制御理論研究に役立つものと考えられる。

2．　問題の設定と準備

入出力関係

$$\begin{bmatrix} z \\ y \end{bmatrix} = G(s)\begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix} \qquad (1)$$

を持つ制御系において，

z：m次元制御量，　u：p次元操作量

w：r次元外乱，　y：q次元観測量

とし一般化プラントG(s)を

$$G(s)=\begin{bmatrix} G_{11}, G_{12} \\ G_{21}, G_{22} \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{c|c} A & B_1, B_2 \\ \hline C_1 & 0, \quad D_{12} \\ C_2 & D_{21}, \quad 0 \end{array}\right] \qquad (2)$$

とする。制御はプロパーな制御器K(s)による出力フィードバック

$$u = K(s)y \qquad (3)$$

とし，問題はG，Kで構成された閉ループ系を内部安定にし，かつ

H∞制御問題：$\|G_{zw}\|_\infty < 1$

H_2制御問題：　$J = \|G_{zw}\|_2 \to \min$

とするK(s)をパラメトリゼーションすることである。ただし

$$G_{zw} = LFT\{G, K\} = G_{11} + G_{12}K(I - G_{22}K)^{-1}G_{21} \qquad (4)$$

まず，必要な事柄をあげておく。

<定義1>　1．Dが列フルランクのとき，D^+，$D^\#$を

$$\begin{bmatrix} D^+ \\ D^\# \end{bmatrix}[D, (D^\#)^T] = I \qquad (5a)$$

を満たすものとして定義する。このとき

$$DD^{+}+(D^{\#})^{T}D^{\#}=I \qquad (5b)$$

も成り立つ。

2．Dが行フルランクのとき，D^{+}，$D^{\#}$を

$$\begin{bmatrix} D \\ (D^{\#})^{T} \end{bmatrix}[D^{+},\ D^{\#}]=I \qquad (6a)$$

を満たすものとして定義する。このとき

$$D^{+}D+D^{\#}(D^{\#})^{T}=I \qquad (6b)$$

も成り立つ。■

以下，Dが列フルランクか行フルランクかで定義1の第1項と第2項を使い分ける。

<補題1>　$G(s)=\{A,B,C,D\}$とする。このとき以下が成り立つ。

1．Dが列フルランクならば，G(s)の不変零点(以下単に零点と呼ぶ)は

$$\{A-BD^{+}C,\ D^{\#}C\} \qquad (7)$$

の不可観測極となる。

2．Dが行フルランクならば，G(s)の零点は

$$\{A-BD^{+}C,\ BD^{\#}\} \qquad (8)$$

の不可制御極となる。■

以下，本論文を通して

仮定A）(A,B_2)可安定，D_{12}フルランク，$G_{12}(s)$は$j\omega$零点を持たない

仮定B）(A,C_2)可検出，D_{21}フルランク，$G_{21}(s)$は$j\omega$零点を持たない

とするが，これを場合分けすると

ケース0）　D_{12}縦長，D_{21}横長

ケース1）　D_{12}横長，D_{21}横長

ケース2）　D_{12}横長，D_{21}縦長

ケース3）　D_{12}縦長，D_{21}縦長

となる。ケース0)は標準問題で，ケース1)，2)ではD_{12}が非標準となり，ケース2)，ケース3)ではD_{21}が非標準となる。

<補題2>　$(A,\ B_2)$可安定，$(A,\ C_2)$可検出の一般化プラントG(s)において，

$$A_F=A+B_2F,\quad A_H=A+HC_2 \qquad (9)$$

を安定にするF，Hを選ぶと，閉ループ系(G，K)を内部安定にする制御器K(s)は

$$K=LFT\{M(s),\ Q(s)\} \qquad (10a)$$

ただし，$Q\in RH_\infty$は任意で，M(s)は

$$M=\left[\begin{array}{c|c} A+B_2F+HC_2 & -H,\ B_2 \\ \hline F & 0,\quad I_p \\ C_2 & -I_q,\ 0 \end{array}\right] \qquad (10b)$$

と表される。また

$$C_F=C_1+D_{12}F,\ B_H=B_1+HD_{21} \qquad (11)$$

とおくと，(4)式は

$$G_{zw}(s)=T_1(s)-T_2(s)Q(s)T_3(s) \qquad (12a)$$

となる。ただし

$$T_1=\left[\begin{array}{cc|c} A_F, & -B_2F & B_1 \\ 0, & A_H & B_H \\ \hline C_F, & -D_{12}F & 0 \end{array}\right] \qquad (12b)$$

$$T_2=\left[\begin{array}{c|c} A_F & B_2 \\ \hline C_F & D_{12} \end{array}\right],\quad T_3=\left[\begin{array}{c|c} A_H & B_H \\ \hline C_2 & D_{21} \end{array}\right] \qquad (12c)$$

3．リカッチ方程式

解を明示する場合に必要となるリカッチ方程式についてまとめておく。

<補題3>(標準H_2制御)　1．仮定A)のもとでD_{12}を縦長とすると

$$P(A-B_2D_{12}^{+}C_1)+(A-B_2D_{12}^{+}C_1)^{T}P$$
$$-PB_2D_{12}^{+}(D_{12}^{+})^{T}B_2^{T}P$$
$$+(D_{12}^{\#}C_1)^{T}D_{12}^{\#}C_1\quad=0 \qquad (13)$$

は常に安定化解$P\geq 0$を持ち

$$F_2=-D_{12}^{+}C_1-D_{12}^{+}(D_{12}^{+})^{T}B_2^{T}P \qquad (14)$$

とおくと$A+B_2F_2$は安定である。

2．仮定B)のもとでD_{21}を横長とすると

$$Q(A-B_1D_{21}^{+}C_2)^{T}+(A-B_1D_{21}^{+}C_2)Q$$
$$-QC_2^{T}(D_{21}^{+})^{T}D_{21}^{+}C_2Q$$
$$+B_1D_{21}^{\#}(D_{21}^{\#})^{T}B_1^{T}=0 \qquad (15)$$

は常に安定化解$Q\geq 0$を持ち，

$$H_2=-B_1D_{21}^{+}-QC_2^{T}(D_{21}^{+})^{T}D_{21}^{+} \qquad (16)$$

とおくと$A+H_2C_2$は安定となる。■

<補題4>(標準$H\infty$制御)　1．仮定A)のもとでD_{12}を縦長とする。このとき，$H\infty$制御問題が可解なためには

$$X(A-B_2D_{12}^{+}C_1)+(A-B_2D_{12}^{+}C_1)^{T}X$$
$$+X[B_1B_1^{T}-B_2D_{12}^{+}(D_{12}^{+})^{T}B_2^{T}]X$$

$$+(D_{12}^{\#}C_1)^TD_{12}^{\#}C_1=0 \tag{17}$$

が安定化解$X\geqq0$を持つ必要がある。このとき

$$F_\infty=-D_{12}^{+}C_1-D_{12}^{+}(D_{12}^{+})^TB_2^TX \tag{18}$$

とおくと$A+B_2F_\infty$は安定となる。

2．仮定B)のもとでD_{21}を横長とする。このとき，H_∞制御問題が可解なためには

$$Y(A-B_1D_{21}^{+}C_2)^T+(A-B_1D_{21}^{+}C_2)Y$$
$$+Y[C_1^TC_1-C_2^T(D_{21}^{+})^TD_{21}^{+}C_2]Y$$
$$+B_1D_{21}^{\#}(D_{21}^{\#})^TB_1^T=0 \tag{19}$$

が安定化解$Y\geqq0$を持つ必要がある。このとき

$$H_\infty=-B_1D_{21}^{+}-YC_2^T(D_{21}^{+})^TD_{21}^{+} \tag{20}$$

とおくと$A+H_\infty C_2$は安定となる。

<補題5>(非標準H_2制御)　1．仮定A)のもとでD_{12}を横長とする。このとき

$$PA_{zF}+A_{zF}^TP$$
$$-PB_2D_{12}^{+}(B_2D_{12}^{+})^TP=0 \tag{21a}$$

は常に安定化解$P\geqq0$を持つ。ただし，

$$A_{zF}=A-B_2D_{12}^{+}C_1+B_2D_{12}^{\#}L_F \tag{21b}$$

でL_Fは$(A-B_2D_{12}^{+}C_1, B_2D_{12}^{\#})$に関する可制御空間を安定にするように選ぶ。このとき

$$F_2=-D_{12}^{+}C_1-D_{12}^{+}(D_{12}^{+})^TB_2^TP$$
$$+D_{12}^{\#}L_F \tag{22}$$

とおくと$A+B_2F_2$は安定である。

2．仮定B)のもとでD_{21}を縦長とする。このとき

$$QA_{zH}^T+A_{zH}Q$$
$$-QC_2^T(D_{21}^{+})^TD_{21}^{+}C_2Q=0 \tag{23a}$$

は安定化解$Q\geqq0$を持つ。ただし，

$$A_{zH}=A-B_1D_{21}^{+}C_2+L_HD_{21}^{\#}C_2 \tag{23b}$$

でL_Hは$(A-B_1D_{21}^{+}C_2, D_{21}^{\#}C_2)$に関する可観測空間を安定にするように選ぶ。このとき

$$H_2=-B_1D_{21}^{+}-QC_2^T(D_{21}^{+})^TD_{21}^{+}$$
$$+L_HD_{21}^{\#} \tag{24}$$

とおくと$A+H_2C_2$は安定となる。

<補題6>(非標準H_∞制御)　1．仮定A)のもとでD_{12}を横長とする。このときH_∞制御問題が可解のためには

$$XA_{zF}+A_{zF}^TX \tag{25}$$
$$+X[B_1B_1^T-B_2D_{12}^{+}(B_2D_{12}^{+})^T]X=0$$

は安定化解$X\geqq0$を持つ必要がある。ただし，A_{zF}とL_Fの定義は補題5の第1項の通りである。このとき

$$F_\infty=-D_{12}^{+}C_1-D_{12}^{+}(D_{12}^{+})^TB_2^TX$$
$$+D_{12}^{\#}L_F \tag{26}$$

とおくと$A+B_2F_\infty$は安定である。

2．仮定B)のもとでD_{21}を縦長とする。このときH_∞制御問題が可解のためには

$$YA_{zH}^T+A_{zH}Y \tag{27}$$
$$+Y[C_1^TC_1-C_2^T(D_{21}^{+})^TD_{21}^{+}C_2]Y=0$$

が安定化解$Y\geqq0$を持つ必要がある。ただし，A_{zH}とL_Hは補題5の第2項の通りである。このとき

$$H_\infty=-B_1D_{21}^{+}-YC_2^T(D_{21}^{+})^TD_{21}^{+}$$
$$+L_HD_{21}^{\#} \tag{28}$$

とおくと$A+H_\infty C_2$は安定となる。

4．主定理

本論文の結果をまとめておく。

<定理1>（H_2制御器）　H_2制御は仮定A)，B)の下で常に可解でありH_2制御器は以下の通りとなる。

ケース0)の場合：[2)]

$$K(s)=\left[\begin{array}{c|c} A+B_2F_2+H_2C_2 & -H_2 \\ \hline F_2 & 0 \end{array}\right] \tag{29}$$

となる。係数行列の定義は補題3の第1項と第2項に従う。

ケース1)の場合：

$$K(s)=LFT\{M(s),\ W(s)\} \tag{30}$$

ただし

$$M=\left[\begin{array}{c|cc} A+B_2F_2+H_2C_2 & -H_2, & B_2D_{12}^{\#} \\ \hline F_2 & 0\ , & D_{12}^{\#} \\ -C_2 & I\ , & 0 \end{array}\right]$$

ここで，$W(s)(\overline{p-m}\times q)\in RH_2$は自由パラメータである。 係数行列の定義は補題5の第1項と補題3の第2項に従う。

ケース2)の場合：

$$K(s)=LFT\{M(s),\ \begin{bmatrix} 0, & W_1(s) \\ W_2(s), & W_3(s) \end{bmatrix}\} \tag{31}$$

$$M(s)=\left[\begin{array}{c|ccc} A+B_2F_2+H_2C_2 & -H_2, & B_2D_{12}^{+}, & B_2D_{12}^{\#} \\ \hline F_2 & 0 & D_{12}^{+}, & D_{12}^{\#} \\ -D_{21}^{+}C_2 & D_{21}^{+}, & & 0 \\ -D_{21}^{\#}C_2 & D_{21}^{\#}, & & 0 \end{array}\right]$$

ここで，$W_1(m\times\overline{q-r})$，$W_2(\overline{p-m}\times r)$，$W_3(\overline{p-m}\times\overline{q-r})\in RH_2$は自由パラメータである。係数行列の定義は補題5第１項と第2項に従う。

ケース3)の場合：

$$K(s)=LFT\{M(s),\ W(s)\} \tag{32}$$

ただし

$$M=\left[\begin{array}{c|cc} A+B_2F_2+H_2C_2 & H_2, & -B_2 \\ \hline -F_2 & 0, & I_p \\ D_{21}^{\#}C_2 & D_{21}^{\#}, & 0 \end{array}\right]$$

ここで，$W(s)(p\times\overline{q-r})\in RH_2$は自由パラメータである。係数行列の定義は補題3の第１項と補題5の第2項に従う。■

<定理2>（H∞制御器）仮定A)，B)の下でのH∞制御の可解条件は，D_{12}，D_{21}のサイズに応じて補題4，補題6を適用した場合，安定化解$X\geqq 0$，$Y\geqq 0$の存在と$\rho(XY)<1$となる。可解の場合制御器は以下の通りとなる。

ケース0)の場合：

$$K(s)=LFT\{M(s),N(s)\} \tag{33}$$

ただし

$$M=\left[\begin{array}{c|cc} \hat{A} & -ZH\infty, & Z\hat{B}_2E_{12}^{-1/2} \\ \hline F\infty & 0 & E_{12}^{-1/2} \\ -E_{21}^{-1/2}\hat{C}_2 & E_{21}^{-1/2} & 0 \end{array}\right]$$

および

$$\hat{A}=A+B_1B_1^TX+B_2F\infty+ZH\infty\hat{C}_2$$
$$\hat{B}_2=B_2+YC_1^TD_{12}$$
$$\hat{C}_2=C_2+D_{21}B_1^TX,\quad Z=(I-YX)^{-1}$$
$$E_{12}=D_{12}^TD_{12},\quad E_{21}=D_{21}D_{21}^T$$

であり，$N\in BH\infty$は自由パラメータである。係数の定義は補題4の第1項，第2項に従う。

ケース1)の場合：

$$K(s)=LFT\{M(s),\begin{bmatrix} N(s) \\ W(s)\end{bmatrix}\} \tag{34}$$

ただし

$$M=\left[\begin{array}{c|c:c} \hat{A} & -ZH\infty & Z\hat{B}_2D_{12}^{+},\ B_2D_{12}^{\#} \\ \hline F\infty & 0 & D_{12}^{+}\quad ,D_{12}^{\#} \\ \hdashline -\Sigma\hat{C}_2 & \Sigma & 0\quad ,\quad 0 \end{array}\right]$$

および

$$\hat{A}=A+B_1B_1^TX+B_2F\infty+ZH\infty\hat{C}_2$$
$$\hat{B}_2=B_2D_{12}^{+}+YC_1^TD_{12}$$
$$\hat{C}_2=C_2+D_{21}B_1^TX$$
$$Z=(I-YX)^{-1},\quad \Sigma=(D_{21}D_{21}^T)^{-1/2}$$

であり，$N(m\times q)\in BH\infty$，$W(\overline{p-m}\times q)\in RH\infty$は自由パラメータである。係数の定義は補題6の第1項，補題4の第2項に従う。

ケース2)の場合：

$$K(s)=LFT\{M(s),\begin{bmatrix} N(s), & W_1(s) \\ W_2(s), & W_3(s)\end{bmatrix}\} \tag{35}$$

ただし

$$M=\left[\begin{array}{c|c:c} \hat{A} & -\hat{H}\infty & Z\hat{B}_2D_{12}^{+},\ B_2D_{12}^{\#} \\ \hline F\infty & 0 & D_{12}^{+}\quad ,D_{12}^{\#} \\ \hdashline -D_{21}^{+}\hat{C}_2 & D_{21}^{+} & 0\quad ,\quad 0 \\ -D_{21}^{\#}\hat{C}_2 & D_{21}^{\#} & 0\quad ,\quad 0 \end{array}\right]$$

および

$$\hat{A}=A+B_1B_1^TX+B_2F\infty+\hat{H}\infty\hat{C}_2$$
$$\hat{H}\infty=Z(-B_1D_{21}^{+}-YC_2^TD_{21}^T)+L_HD_{21}^{\#}$$
$$\hat{B}_2=B_2D_{12}^{+}+YC_1^TD_{12}$$
$$\hat{C}_2=C_2+D_{21}B_1^TX$$
$$Z=(I-YX)^{-1},\quad \Sigma=(D_{21}D_{21}^T)^{-1/2}$$

であり，$N(m\times r)\in BH\infty$，$W_1(m\times\overline{q-r})$，$W_2(\overline{p-m}\times r)$，$W_3(\overline{p-m}\times\overline{q-r})\in RH\infty$は自由パラメータである。係数の定義は補題6の第1項，第2項に従う。

ケース3の場合：

$$K(s)=LFT\{M(s),(N(s),\ W(s))\} \tag{36}$$

ただし

$$M=\left[\begin{array}{c|c:c} \hat{A} & H_\infty & -\hat{B}_2\Sigma \\ \hline -F_\infty Z & 0 & \Sigma \\ \hline D_{21}{}^{+}\hat{C}_2 Z & D_{21}{}^{+} & 0 \\ D_{21}{}^{\#}C_2 & D_{21}{}^{\#} & 0 \end{array}\right]$$

および

$\hat{A}=A+YC_1{}^TC_1+H_\infty C_2+\hat{B}_2F_\infty$

$\hat{B}_2=B_2+YC_1{}^TD_{12}$

$\hat{C}_2=C_2+D_{21}B_1{}^TX$

$Z=(I-YX)^{-1},\ \Sigma=(D_{12}{}^TD_{12})^{-1/2}$

であり，$N(p\times r)\in BH_\infty$，$W(p\times\overline{q-r})\in RH_\infty$は自由パラメータである。係数の定義は補題4の第1項と補題6の第2項に従う。

5．証明の粗筋

以下，ケース1)，ケース2)の証明についてみていく。4ブロック対応のケース2)がもっとも複雑なので，いずれも，ケース1)でD_{12}が非標準な問題から，リカッチ方程式の解P，あるいは，Xに関する性質を調べ，分離定理やG_{tmp}システムを求める。そして，その結果に，D_{21}が標準である場合[ケース1)]と非標準[ケース2)]である場合に分けて，ユラのパラメトリゼーションを施し，可解条件や制御器を得る。ケース3)はケース1)の係数転置で得られる。

5．1 H_2制御の場合

① 仮定A)のもとでD_{12}を横長とした場合，L_Fを選ぶと安定化解$P\geqq 0$が存在することを示す。$(A-B_2D_{12}{}^{+}C_1,\ B_2D_{12}{}^{\#})$の不可制御空間の極が零点なので

$$T^{-1}(A-B_2D_{12}{}^{+}C_1)T=\begin{bmatrix}A_0, & 0\\ A_{01}, & A_1\end{bmatrix} \quad (37)$$

$$T^{-1}B_2D_{12}{}^{\#}=\begin{bmatrix}0\\ \beta\end{bmatrix},\quad T^{-1}V_F=\begin{bmatrix}0\\ I\end{bmatrix}$$

の相似変換が存在し，$\lambda_i(A_0)$が零点で，V_Fが可制御空間の基底になる。A_1に$j\omega$固有値がある場合，$L_F=(L_1,\ L_2)T^{-1}$を選び

$$A_1+\beta L_2 \quad (38)$$

を安定化すると，仮定A）のもとで

$$PV_F=0 \quad (39)$$

を満たす安定化解$P\geqq 0$（不安定零点を折り返す解）が常に存在することが証明できる。

② このとき

$$E_F=-(D_{12}{}^{+})^TB_2{}^TP \quad (40)$$

と定義すると，$C_1+D_{12}F_2=E_F$となり

$$U_1(\Omega)=\left[\begin{array}{c|c}A+B_2F_2 & \Omega\\ \hline E_F & 0\end{array}\right] \quad (41a)$$

$$U_2=\left[\begin{array}{c|c}A+B_2F_2 & B_2D_{12}{}^{+}\\ \hline E_F & I_m\end{array}\right] \quad (41b)$$

は

$$U_2{}^{\sim}U_2=I_m,\ U_2{}^{\sim}U_1\in RH_2{}^{\#} \quad (41c)$$

を満たすことが証明できる。ただし，Ωは任意の行列である。

③ このとき

$$\Theta(s)=\begin{bmatrix}U_1(B_1), & U_2\\ I_r & , 0\end{bmatrix} \quad (42)$$

$$=\left[\begin{array}{c|cc}A+B_2F_2 & B_1, & B_2D_{12}{}^{+}\\ \hline E_F & 0, & I_m\\ 0 & I_r, & 0\end{array}\right] \quad (43)$$

および

$$G_{SEP}(s)=\left[\begin{array}{c|c}A & B_1,\ B_2\\ \hline C_1-E_F & 0,\ \ D_{12}\\ C_2 & D_{21},\ 0\end{array}\right] \quad (44)$$

とおくと，安定な不可制御モードを削除することにより次式が成り立つ。

$$G_{zw}(s)=LFT\{G,\ K\}$$
$$=LFT\{\Theta,\ LFT\{G_{SEP},\ K\}\} \quad (45)$$

④ (41c),(45)式を使うと次式が成り立つ

$$\min_K \|G_{zw}\|_2{}^2$$
$$=\alpha+\min_K\|LFT\{G_{SEP},K\}\|_2{}^2 \quad (46)$$

ので，ケース1)，ケース2)とも，

$$\|LFT\{G_{SEP},\ K\}\|_2\to\min \quad (47)$$

とするKを求める問題に帰着する。 αは紙面の都合上省略。

⑤ 仮定B)を加えてG_{SEP}に補題2のユラのパラメトリゼーションを適用する。この際，$F=F_2$，$H=H_2$と選ぶと

$$\| LFT\{G_{SEP}, K\} \|_2^2 = \beta + \| D_{12}Q \|_2^2 \qquad (48)$$

ケース2)の場合：

$$\| LFT\{G_{SEP}, K\} \|_2^2 = \beta' + \| D_{12}QD_{21} \|_2^2 \qquad (49)$$

の形式となる。例えば，(49)式の場合，評価関数を最小にするＱは

$$D_{12}QD_{21}=0 \qquad (50)$$

を満たす$Q \in RH_2$となり

$$Q = D_{12}^{\#}R_1 + R_2D_{21}^{\#} \quad : R_i \in RH_2 \qquad (51)$$

の形式の自由パラメータを得る。これを整理して，(10)式に代入すれば解を得る。

５．２　H∞制御の場合

①同様に，D_{12}が横長の場合のH∞制御ＦＩ問題を解いて，問題が可解のためには，$XV_F=0$を満たす安定化解$X \geq 0$の存在が必要なことを証明する。

②

$$\Theta = \left[\begin{array}{c|cc} A_\infty & B_1, & B_2D_{12}^{+} \\ \hline E_F & 0, & I_m \\ -B_1^TX & I_r, & 0 \end{array}\right] \qquad (52a)$$

$$G_{tmp} = \left[\begin{array}{c|cc} A+B_1B_1^TX & B_1, & B_2 \\ \hline C_1-E_F & 0, & D_{12} \\ \hat{C}_2 & D_{21}, & 0 \end{array}\right] \qquad (52b)$$

ただし

$$A_\infty = A + B_2F_\infty$$
$$\hat{C}_2 = C_2 + D_{21}B_1^TX \qquad (52c)$$
$$E_F = -(D_{12}^{+})^TB_2^TX$$

とおくと，内部安定性も含めて

$$LFT\{G, K\} \in BH_\infty \leftrightarrow LFT\{G_{tmp}, K\} \in BH_\infty \qquad (53)$$

が成り立つ。

③　G_{tmp}にユラのパラメトリゼーションを施し，標準一般化プラントG^{REDUCE}を使い

ケース1)の場合：

$$LFT\{G_{tmp}, K\} = LFT\{G^{REDUCE}, D_{12}Q\} \qquad (54)$$

ケース2)の場合：

$$LFT\{G_{tmp}, K\} = LFT\{G^{REDUCE}, D_{12}QD_{21}\} \qquad (55)$$

の形式に変形する。例えば，(55)式の場合，標準H∞制御問題を解き

$$D_{12}QD_{21} = LFT\{M_0, N\} : N \in BH_\infty \qquad (56)$$

を得る。

④　③を解いて，Ｑの一般解を

$$Q = D_{12}^{\#}R_1 + R_2D_{21}^{\#} + D_{12}^{+}LFT\{M_0, N\}D_{21}^{+} \qquad (57)$$

と整理する。R_iの形式はＱを(10)式へ代入した場合制御器の次元がｎ以上にならないように工夫して選ぶ。また，同時に可解条件を求める。

参考文献

1) B.A.Francis:A Course in H∞ Control Theory,Springer-Veralag,New York,1987

2) J.C.Doyle,K.Glover,P.P.Khargonekar, B.A. Francis, State-Space Solutions to Standard H∞ and H_2 Control Problems, IEEE Trans. AC,34-8, pp.831-847,1989

3)T.Mita, J.B.Matson and B.D.O.Anderson: A Complete Paramerization of Controllres for Nonstandard H∞ Problem,Automatica to appear,1994

4) 美多，J.B.Matson,B.D.O.Anderson,張慧：非標準H_2制御器のパラメトリゼーション，制御理論シンポジュム発表予定，1994

5)美多，H∞制御，昭晃堂，1994